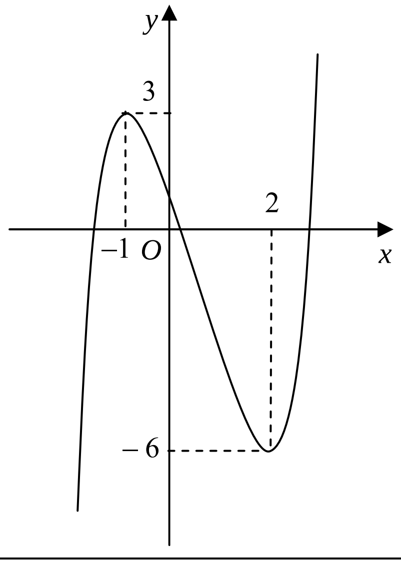
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

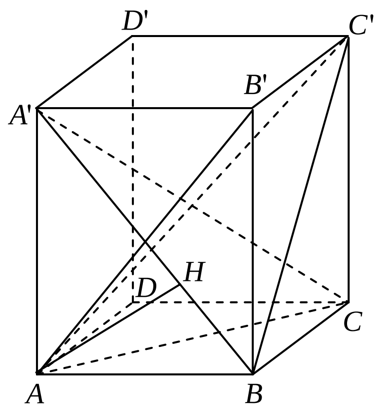
ĐỀ CHÍNH THỨC

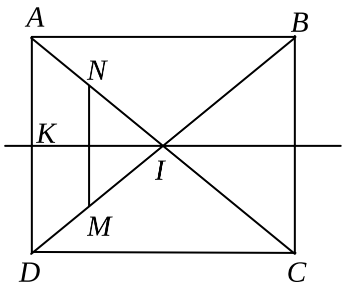
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012
Môn: TOÁN; Khối D
(Đáp án - thang điểm gồm 04 trang)

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
1 **(2,0 *điểm*)**	**a) (1,0 *điểm*)**	
	Khi $m=1$, hàm số trở thành $y=\frac{2}{3}x^3-x^2-4x+\frac{2}{3}$. • Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y'=2x^2-2x-4; y'=0 \Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=2$.	***0,25***
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$; khoảng nghịch biến $(-1;2)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x=-1, y_{\text{CĐ}}=3$, đạt cực tiểu tại $x=2, y_{\text{CT}}=-6$. - Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$,	***0,25***
	- Bảng biến thiên: (see below)	***0,25***

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

	• Đồ thị: 	***0,25***
	b) (1,0 *điểm*)	
	Ta có $y'=2x^2-2mx-2(3m^2-1)$.	***0,25***
	Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 13m^2-4>0 \Leftrightarrow m>\frac{2\sqrt{13}}{13}$ hoặc $m<-\frac{2\sqrt{13}}{13}$.	***0,25***
	Ta có: $x_1+x_2=m$ và $x_1x_2=1-3m^2$, do đó $x_1x_2+2(x_1+x_2)=1 \Leftrightarrow 1-3m^2+2m=1$	***0,25***
	$\Leftrightarrow m=0$ hoặc $m=\frac{2}{3}$. Kiểm tra điều kiện ta được $m=\frac{2}{3}$.	***0,25***

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
2 **(1,0 *điểm*)**	Phương trình đã cho tương đương với: $(2\sin x+2\cos x-\sqrt{2})\cos 2x=0.$	***0,25***
	• $\cos 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z}).$	***0,25***
	• $2\sin x+2\cos x-\sqrt{2}=0\Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x=\frac{7\pi}{12}+k2\pi$ hoặc $x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$ Vậy các nghiệm của phương trình đã cho là: $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},\ x=\frac{7\pi}{12}+k2\pi,\ x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$	***0,25***
3 **(1,0 *điểm*)**	Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} xy+x-2=0 & (1)\\ (2x-y+1)(x^2-y)=0 & (2)\end{cases}$	***0,25***
	• $2x-y+1=0\Leftrightarrow y=2x+1.$ Thay vào (1) ta được $x^2+x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}.$ Do đó ta được các nghiệm $(x;y)=\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\sqrt{5}\right)$ và $(x;y)=\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2};-\sqrt{5}\right).$	***0,25***
	• $x^2-y=0\Leftrightarrow y=x^2.$ Thay vào (1) ta được $x^3+x-2=0\Leftrightarrow (x-1)(x^2+x+2)=0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x=1.$ Do đó ta được nghiệm $(x;y)=(1;1).$ Vậy hệ phương trình đã cho có các nghiệm là: $(x;y)=(1;1),\ (x;y)=\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\sqrt{5}\right),\ (x;y)=\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2};-\sqrt{5}\right).$	***0,25***
4 **(1,0 *điểm*)**	$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\sin 2x\mathrm{d}x=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{\pi^2}{32}+\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\sin 2x\mathrm{d}x.$	***0,25***
	Đặt $u=x;\mathrm{d}v=\sin 2x\mathrm{d}x,$ suy ra $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x;v=-\frac{1}{2}\cos 2x.$	***0,25***
	Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}x\cos 2x\Big\|_0^{\frac{\pi}{4}}+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$	***0,25***
	$=\frac{1}{4}\sin 2x\Big\|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{4}.$ Do đó $I=\frac{\pi^2}{32}+\frac{1}{4}.$	***0,25***
5 **(1,0 *điểm*)**	 Tam giác $A'AC$ vuông cân tại A và $A'C=a$ nên $A'A=AC=\frac{a}{\sqrt{2}}.$ Do đó $AB=B'C'=\frac{a}{2}.$	***0,25***
	$V_{ABB'C'}=\frac{1}{3}B'C'.S_{\Delta ABB'}=\frac{1}{6}B'C'.AB.BB'=\frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$	***0,25***
	Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của $\Delta A'AB.$ Ta có $AH\perp A'B$ và $AH\perp BC$ nên $AH\perp(A'BC),$ nghĩa là $AH\perp(BCD').$ Do đó $AH=d(A,(BCD')).$	***0,25***
	Ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AA'^2}=\frac{6}{a^2}.$ Do đó $d(A,(BCD'))=AH=\frac{a\sqrt{6}}{6}.$	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
6 **(1,0 *điểm*)**	Ta có $(x-4)^2+(y-4)^2+2xy\le 32 \Leftrightarrow (x+y)^2-8(x+y)\le 0 \Leftrightarrow 0\le x+y\le 8.$	***0,25***
	$A=(x+y)^3-3(x+y)-6xy+6\ge (x+y)^3-\dfrac{3}{2}(x+y)^2-3(x+y)+6.$ Xét hàm số: $f(t)=t^3-\dfrac{3}{2}t^2-3t+6$ trên đoạn $[0;8]$. Ta có $f'(t)=3t^2-3t-3,\ f'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1+\sqrt5}{2}$ hoặc $t=\dfrac{1-\sqrt5}{2}$ (loại).	***0,25***
	Ta có $f(0)=6,\ f\left(\dfrac{1+\sqrt5}{2}\right)=\dfrac{17-5\sqrt5}{4},\ f(8)=398.$ Suy ra $A\ge\dfrac{17-5\sqrt5}{4}.$	***0,25***
	Khi $x=y=\dfrac{1+\sqrt5}{4}$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\dfrac{17-5\sqrt5}{4}.$	***0,25***
7.a **(1,0 *điểm*)**	 Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ $\begin{cases}x+3y=0\\x-y+4=0\end{cases}\Rightarrow A(-3;1).$	***0,25***
	Gọi N là điểm thuộc AC sao cho $MN//AD$. Suy ra MN có phương trình là $x-y+\dfrac{4}{3}=0.$ Vì N thuộc AC, nên tọa độ của điểm N thỏa mãn hệ $\begin{cases}x-y+\dfrac{4}{3}=0\\x+3y=0\end{cases}\Rightarrow N\left(-1;\dfrac{1}{3}\right).$	***0,25***
	Đường trung trực Δ của MN đi qua trung điểm của MN và vuông góc với AD, nên có phương trình là $x+y=0.$ Gọi I và K lần lượt là giao điểm của Δ với AC và AD. Suy ra tọa độ của điểm I thỏa mãn hệ $\begin{cases}x+y=0\\x+3y=0,\end{cases}$ và tọa độ của điểm K thỏa mãn hệ $\begin{cases}x+y=0\\x-y+4=0.\end{cases}$ Do đó $I(0;0)$ và $K(-2;2)$.	***0,25***
	$\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AI}\Rightarrow C(3;-1);\ \overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AK}\Rightarrow D(-1;3);$ $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}\Rightarrow B(1;-3).$	***0,25***
8.a **(1,0 *điểm*)**	Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Suy ra H là tâm của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cần viết phương trình.	***0,25***
	Ta có $IH=d(I;(P))=3.$	***0,25***
	Bán kính của mặt cầu (S) là: $R=\sqrt{3^2+4^2}=5.$	***0,25***
	Phương trình của mặt cầu (S) là: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25.$	***0,25***
9.a **(1,0 *điểm*)**	Ta có: $(2+i)z+\dfrac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i\Leftrightarrow(2+i)z=4+7i$	***0,25***
	$\Leftrightarrow z=3+2i.$	***0,25***
	Do đó $w=4+3i.$	***0,25***
	Môđun của w là $\sqrt{4^2+3^2}=5.$	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
7.b **(1,0 *điểm*)**	Gọi I là tâm của đường tròn (C) cần viết phương trình. Do $I \in d$ nên tọa độ của I có dạng $I(t;2t+3)$.	***0,25***
	$AB = CD \Leftrightarrow d(I,Ox) = d(I,Oy) \Leftrightarrow \lvert t \rvert = \lvert 2t+3 \rvert \Leftrightarrow t=-1$ hoặc $t=-3$.	***0,25***
	• Với $t=-1$ ta được $I(-1;1)$, nên $d(I;Ox)=1$. Suy ra, bán kính của (C) là $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$. Do đó $(C): (x+1)^2+(y-1)^2=2$.	***0,25***
	• Với $t=-3$ ta được $I(-3;-3)$, nên $d(I;Ox)=3$. Suy ra, bán kính của (C) là $\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$. Do đó $(C): (x+3)^2+(y+3)^2=10$.	***0,25***
8.b **(1,0 *điểm*)**	Do $M \in d$ nên tọa độ của điểm M có dạng $M(1+2t;-1-t;t)$.	***0,25***
	Ta có $\overrightarrow{AM}=(2t;-t;t-2), \overrightarrow{BM}=(-1+2t;-t;t)$. Tam giác AMB vuông tại M $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow 2t(-1+2t)+t^2+t(t-2)=0 \Leftrightarrow 6t^2-4t=0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow t=0$ hoặc $t=\dfrac{2}{3}$. Do đó $M(1;-1;0)$ hoặc $M\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.	***0,25***
9.b **(1,0 *điểm*)**	Phương trình bậc hai $z^2+3(1+i)z+5i=0$ có biệt thức $\Delta=-2i$.	***0,25***
	$=(1-i)^2$.	***0,25***
	Do đó nghiệm của phương trình là $z=\dfrac{-3(1+i)+(1-i)}{2}=-1-2i$	***0,25***
	hoặc $z=\dfrac{-3(1+i)-(1-i)}{2}=-2-i$.	***0,25***

------------- HẾT-------------